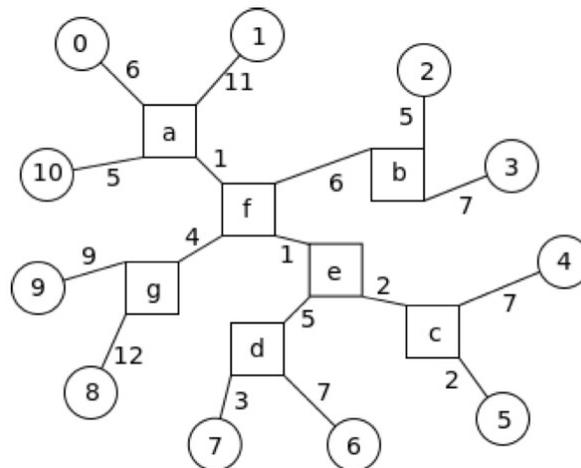


# Insedimenti

In Kazakistan ci sono  $N$  piccoli villaggi, numerati da  $0$  a  $N - 1$ , ed un numero ignoto di grandi città. Sia i piccoli villaggi che le grandi città vengono chiamati *insediamenti*.

Tutti gli insediamenti del Kazakistan sono connessi da un'unica rete di autostrade a doppio senso. Ogni autostrada connette due insediamenti distinti, e ogni coppia di insediamenti è direttamente connessa da al più un'autostrada. Inoltre, per ogni coppia di insediamenti  $a$  e  $b$  c'è un unico percorso che li collega lungo le autostrade (se non si ripercorre lo stesso tratto più di una volta).

Si sa che ogni piccolo villaggio è direttamente connesso a un unico altro insediamento, mentre ogni grande città è direttamente connessa a tre o più insediamenti. L'immagine seguente mostra una rete di **11** piccoli villaggi (cerchi etichettati con numeri) e **7** grandi città (quadrati etichettati con lettere).



Ogni autostrada ha una lunghezza denotata da un intero positivo, e la distanza tra due insediamenti è la somma delle lunghezze delle autostrade che è necessario attraversare per andare da un insediamento all'altro.

Per ogni grande città  $C$  possiamo misurare la sua distanza  $r(C)$  dal villaggio più lontano da essa. Una grande città  $C$  si dice *hub* quando la sua distanza  $r(C)$  è la più piccola tra quelle delle grandi città. Sia  $R$  la distanza tra un hub ed un piccolo villaggio tra quelli più lontani dall'hub: in altre parole,  $R$  è il più piccolo tra i valori  $r(C)$ .

Nell'esempio sopra, il villaggio più lontano dalla città  $a$  è il numero  $8$ , e la distanza tra di loro è  $r(a) = 1 + 4 + 12 = 17$ . Anche per la città  $g$  abbiamo  $r(g) = 17$ , ed uno dei villaggi più lontani da  $g$  è il numero  $6$ . L'unico hub nell'esempio è la città  $f$  che ha  $r(f) = 16$ : quindi il valore di  $R$  è  $16$ .

La rimozione di un hub suddivide la rete autostradale in diverse componenti connesse. Un hub si dice *bilanciato* quando ciascuna di queste componenti contiene al massimo  $\lfloor N/2 \rfloor$  piccoli villaggi (nota bene: le grandi città non contano).

**Nota:** con  $\lfloor x \rfloor$  denotiamo il più grande intero minore o uguale a  $x$ .

Nel nostro esempio la città  $f$  è un hub e, se la rimuoviamo, la rete si spezza in quattro componenti connesse. Queste consistono dei seguenti insiemi di piccoli villaggi:  $\{0, 1, 10\}$ ,  $\{2, 3\}$ ,  $\{4, 5, 6, 7\}$ , e  $\{8, 9\}$ . Dato che nessuno di questi ha più di  $\lfloor 11/2 \rfloor = 5$  villaggi, la città  $f$  è un hub bilanciato.

## Implementazione

Inizialmente, l'unica informazione disponibile sulla rete di insediamenti e autostrade è il numero  $N$  di piccoli villaggi. Il numero di grandi città non è noto, e non è noto nulla riguardo alla topologia della rete di autostrade del paese. Puoi ottenere informazioni aggiuntive solamente facendo delle query sulla distanza tra coppie di piccoli villaggi.

Il tuo compito è determinare:

- In tutti i subtask, la distanza  $R$ .
- Nei subtask da **3** a **6**: se c'è un hub bilanciato nella rete oppure no.

Dovrai implementare la funzione `hubDistance`. Il grader valuterà più test case (al massimo **40**) in un'unica esecuzione. Per ciascun test case il grader chiamerà la funzione `hubDistance` esattamente una volta. Assicurati che la tua funzione inizializzi tutte le variabili ad essa necessarie ogni volta che viene chiamata.

- `hubDistance(N, sub)`
  - $N$ : il numero di piccoli villaggi.
  - `sub`: il numero del subtask (per maggiori dettagli vedere la sezione *Subtask*).
  - Se `sub` è **1** o **2**, la funzione dovrà restituire indifferentemente  $R$  o  $-R$ .
  - Se `sub` è maggiore di **2**, la funzione dovrà restituire  $R$  se esiste un hub bilanciato,  $-R$  altrimenti.

La funzione `hubDistance` può ottenere informazioni riguardo alla rete di autostrade tramite la funzione del grader `getDistance(i, j)`, che restituisce la distanza tra i villaggi  $i$  e  $j$ . Notare che se  $i$  e  $j$  sono uguali, o assumono valori non validi, la funzione restituisce **0**.

## Subtask

In ogni test case:

- $N$  è tra **6** e **110** estremi inclusi.
- La distanza tra due villaggi distinti è tra **1** e **1 000 000** estremi inclusi.

Il numero di query che il tuo programma può fare è limitato a seconda del subtask, come mostrato nella tabella seguente. Se il tuo programma supera il limite di query, viene terminato e la sottoposizione viene riportata come non corretta.

subtask	punti	numero di query	verifica hub bilanciato	vincoli aggiuntivi
1	13	$\frac{N(N-1)}{2}$	NO	nessuno
2	12	$\lceil \frac{7N}{2} \rceil$	NO	nessuno
3	13	$\frac{N(N-1)}{2}$	SI	nessuno
4	10	$\lceil \frac{7N}{2} \rceil$	SI	ogni grande città è collegata ad <i>esattamente</i> tre insediamenti
5	13	$5N$	SI	nessuno
6	39	$\lceil \frac{7N}{2} \rceil$	SI	nessuno

**Nota:** con  $\lceil x \rceil$  denotiamo il più piccolo intero maggiore o uguale a  $x$ .

## Grader di prova

Notare che il numero di subtask è parte dell'input e il grader di prova cambia comportamento a seconda di esso. Il grader di prova legge l'input dal file `towns.in` nel seguente formato:

- riga 1: numero di subtask e numero di test case.
- riga 2:  $N_1$ , il numero di villaggi nel primo test case.
- seguenti  $N_1$  righe: il  $j$ -esimo numero ( $1 \leq j \leq N_1$ ) della  $i$ -esima di queste righe ( $1 \leq i \leq N_1$ ) è la distanza tra i villaggi  $i - 1$  e  $j - 1$ .
- Seguono gli altri test case, nello stesso formato del primo.

Per ciascun test case, il grader di prova stampa il valore restituito dalla funzione `hubDistance` e il numero di query effettuate, in righe separate.

Il file di input corrispondente all'esempio sopra è:

```

1 1
11
0 17 18 20 17 12 20 16 23 20 11
17 0 23 25 22 17 25 21 28 25 16
18 23 0 12 21 16 24 20 27 24 17
20 25 12 0 23 18 26 22 29 26 19
17 22 21 23 0 9 21 17 26 23 16
12 17 16 18 9 0 16 12 21 18 11
20 25 24 26 21 16 0 10 29 26 19
16 21 20 22 17 12 10 0 25 22 15
23 28 27 29 26 21 29 25 0 21 22
20 25 24 26 23 18 26 22 21 0 19
11 16 17 19 16 11 19 15 22 19 0

```

Questo formato è piuttosto diverso dallo specificare la lista delle autostrade. Tuttavia è consentito modificare il grader di prova così da fargli accettare formati di input diversi.