

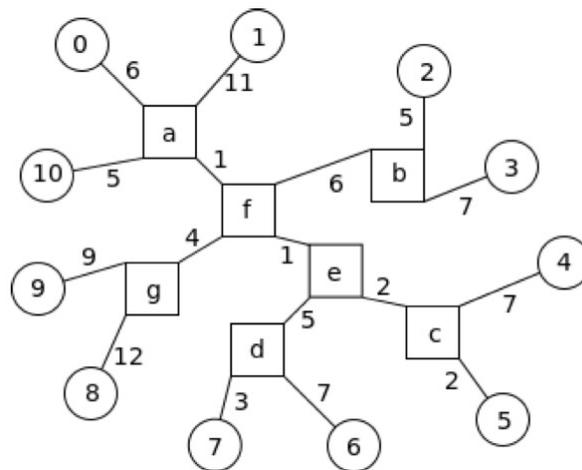
# Dörfer

In Kasachstan gibt es  $N$  Dörfer (nummeriert von 0 bis  $N - 1$ ). Außerdem gibt es Städte, deren Anzahl unbekannt ist. Städte und Dörfer werden allgemein als Orte bezeichnet.

Alle Orte in Kasachstan sind durch ein Netz von Straßen (beidseitig befahrbar) verbunden. Jede Straße verbindet zwei verschiedene Orte. Je zwei Orte sind durch höchstens eine Straße verbunden. Für jedes Paar Orte  $a$  und  $b$  gibt es einen eindeutigen Weg von  $a$  nach  $b$ , auf dem jede Straße höchstens einmal benutzt wird.

Es ist bekannt, dass jedes Dorf mit genau einem anderen Ort und jede Stadt mit mindestens drei Orten direkt verbunden ist.

Die Abbildung zeigt ein Netz mit **11** Dörfern und **7** Städten. Dörfer sind als Kreise dargestellt und mit Zahlen beschriftet. Städte sind als Quadrate dargestellt und mit Buchstaben beschriftet.



Die Länge jeder Straße kann als positive Ganzzahl angegeben werden. Die Entfernung zwischen zwei Orten ist die Summe der Längen der Straßen auf dem Weg zwischen den Orten.

Für jede Stadt  $C$  gibt  $r(C)$  die maximale Entfernung zwischen  $C$  und irgendeinem Dorf an. Eine Stadt  $C$  mit minimalem Wert  $r(C)$  wird als *Zentrum* bezeichnet. Der Wert  $r(C)$  eines Zentrums  $C$  wird kurz mit  $R$  bezeichnet.

Im obigen Beispiel ist Dorf **8** das Dorf mit maximaler Entfernung zu Stadt **a**; die Entfernung zwischen diesen Orten ist  $r(a) = 1 + 4 + 12 = 17$ . Auch für Stadt **g** ist  $r(g) = 17$  (eines der Dörfer mit maximaler Entfernung zu **g** ist Dorf **6**). Das einzige Zentrum ist die Stadt **f**, mit  $r(f) = 16$ . Folglich gilt für das Beispiel  $R = 16$ .

Durch Entfernen eines Zentrums wird das Netz in mehrere verbundene Komponenten geteilt. Ein Zentrum heißt *balanciert*, wenn jede dieser Komponenten höchstens  $\lfloor N/2 \rfloor$  Dörfer enthält; Städte

werden nicht gezählt. ( $\lfloor x \rfloor$  ist die größte Ganzzahl, die nicht größer ist als  $x$ ).

Im obigen Beispiel ist Stadt  $f$  ein Zentrum. Entfernen von  $f$  teilt das Netz in vier verbundene Komponenten mit den folgenden Mengen von Dörfern:  $\{0, 1, 10\}$ ,  $\{2, 3\}$ ,  $\{4, 5, 6, 7\}$  und  $\{8, 9\}$ . Da keine dieser Komponenten mehr als  $\lfloor 11/2 \rfloor = 5$  Dörfer hat, ist  $f$  ein balanciertes Zentrum.

## Aufgabe

Zu Beginn ist über das Straßen-Orte-Netz nur die Anzahl  $N$  der Dörfer bekannt. Über die Anzahl der Städte und die Lage der Straßen ist hingegen nichts bekannt. Du kannst nur mehr erfahren, indem du nach den Entfernungen zwischen zwei Dörfern fragst.

Du sollst nun bestimmen:

- In allen Teilaufgaben: die Entfernung  $R$ .
- In den Teilaufgaben 3 bis 6: ob das Netz ein balanciertes Zentrum enthält.

Du sollst die Funktion `hubDistance` implementieren. Jeder Testlauf enthält mehrere Testfälle, und zwar höchstens **40**. In jedem Testfall wird deine Funktion `hubDistance` genau einmal aufgerufen. Achtung: Deine Funktion muss bei jedem Aufruf alle nötigen Variablen initialisieren.

- `hubDistance(N, sub)`
  - $N$ : die Anzahl der Dörfer.
  - `sub`: die Nummer der Teilaufgabe (siehe Abschnitt "Teilaufgaben").
  - Falls `sub` gleich 1 oder 2 ist, muss die Funktion  $R$  oder  $-R$  zurückgeben.
  - Falls `sub`  $> 2$ : Falls es ein balanciertes Zentrum gibt, muss die Funktion  $R$  zurückgeben, sonst  $-R$ .

Deine Funktion `hubDistance` kann mehr über das Netz erfahren, indem sie die Grader-Funktion `getDistance(i, j)` aufruft. Diese Funktion gibt die Entfernung zwischen den Dörfern  $i$  und  $j$  zurück. Für  $i = j$  und für ungültige Werte  $i, j$  gibt die Grader-Funktion  $0$  zurück.

## Teilaufgaben

Für jeden Testfall gilt:

- $N$  liegt zwischen **6** und **110** inklusive.
- Die Distanz zwischen zwei beliebigen Dörfern liegt zwischen 1 und **1 000 000** inklusive.

Die Anzahl an Abfragen, die das Programm tätigen kann, ist begrenzt. Die Begrenzung ändert sich pro Teilaufgabe, so wie in folgender Tabelle angegeben. Wenn dein Programm versucht, die Begrenzung an Abfragen zu überschreiten, wird es beendet und es wird angenommen, dass es eine falsche Antwort gegeben hat.

Teilaufgabe	Punkte	Anzahl der Abfragen	balanciertes Zentrum finden	zusätzliche Beschränkungen
1	13	$\frac{N(N-1)}{2}$	NEIN	keine
2	12	$\lceil \frac{7N}{2} \rceil$	NEIN	keine
3	13	$\frac{N(N-1)}{2}$	JA	keine
4	10	$\lceil \frac{7N}{2} \rceil$	JA	jede Stadt ist mit <i>exakt</i> drei Orten verbunden
5	13	$5N$	JA	keine
6	39	$\lceil \frac{7N}{2} \rceil$	JA	keine

$\lceil x \rceil$  ist die kleinste Ganzzahl, die größer oder gleich  $x$  ist.

## Beispiel-Grader

Bedenke, dass die Nummer der Teilaufgabe ein Teil der Eingabe ist. Der Beispiel-Grader verändert sein Verhalten entsprechend der Nummer der Teilaufgabe.

Der Beispiel-Grader liest die Eingabe aus der Datei `towns.in` in dem folgenden Format:

- Zeile 1: die Nummer der Teilaufgabe und die Anzahl an Testfällen.
- Zeile 2:  $N_1$  die Anzahl an Orten in dem ersten Testfall.
- Folgende  $N_1$  Zeilen: Die  $j$ -te Zahl ( $1 \leq j \leq N_1$ ) in der  $i$ -ten dieser Zeilen ( $1 \leq i \leq N_1$ ) ist die Entfernung zwischen den Dörfern  $i - 1$  und  $j - 1$ .
- Die nächsten Testfälle folgen. Sie werden im selben Format angegeben wie der erste Testfall.

Für jeden Testfall gibt der Beispiel-Grader den Ausgabewert von `hubDistance` und die Anzahl an getätigten Aufrufen in separaten Zeilen aus.

Die Eingabe-Datei entsprechend dem obigen Beispiel ist:

```

1 1
11
0 17 18 20 17 12 20 16 23 20 11
17 0 23 25 22 17 25 21 28 25 16
18 23 0 12 21 16 24 20 27 24 17
20 25 12 0 23 18 26 22 29 26 19
17 22 21 23 0 9 21 17 26 23 16
12 17 16 18 9 0 16 12 21 18 11
20 25 24 26 21 16 0 10 29 26 19
16 21 20 22 17 12 10 0 25 22 15
23 28 27 29 26 21 29 25 0 21 22
20 25 24 26 23 18 26 22 21 0 19
11 16 17 19 16 11 19 15 22 19 0

```

Dieses Format ist deutlich anders als eine Angabe der Liste der Straßen. Bedenke, dass es erlaubt ist, den Beispiel-Grader zu verändern, damit sie ein anderes Eingabe-Format benutzen.