Ταξινόμηση

Η Αριάδνη (Aizhan) έχει μια ακολουθία από N ακέραιους $S[0], S[1], \ldots, S[N-1]$. Η ακολουθία αποτελείται από μοναδικούς ακεραίους από 0 έως $N-1$. Η Αριάδνη προσπαθεί να ταξινομήσει την ακολουθία σε αύξουσα σειρά αντιμεταθέτοντας (swap) δύο στοιχεία κάθε φορά. Ο φίλος της ο Παντελής (Ermek) θα κάνει και αυτός κάποιες αντιμεταθέσεις — όχι απαραίτητα βοηθώντας την Αριάδνη.

Η Αριάδνη και ο Παντελής πρόκειται να κάνουν αρκετούς γύρους αλλαγών στα περιεχόμενα της ακολουθίας. Σε κάθε γύρο, κάνει πρώτα ο Παντελής μια αντιμετάθεση και μετά η Αριάδνη κάνει και αυτή μια αντιμετάθεση. Για την ακρίβεια, το άτομο που κάνει την αντιμετάθεση επιλέγει δύο έγκυρες θέσεις στοιχείων και αντιμεταθέτει τα στοιχεία που βρίσκονται σε αυτές τις θέσεις. Προσέξτε ότι οι δύο αυτές θέσεις δεν είναι αναγκαστικά διαφορετικές. Αν είναι η ίδια θέση, τότε κάποιο στοιχείο της ακολουθίας θα αντιμετατεθεί με τον εαυτό του και άρα τα περιεχόμενα της ακολουθίας δε θα αλλάξουν.

Η Αριάδνη γνωρίζει ότι τον Παντελή δεν τον ενδιαφέρει αν θα ταξινομηθεί η ακολουθία S. Γνωρίζει επίσης ακριβώς ποιες θέσεις πρόκειται να αντιμεταθέσει ο Παντελής σε κάθε γύρο. Ο Παντελής σκοπεύει να πάρει μέρος σε M γύρους αντιμεταθέσεων. Αριθμούμε αυτούς τους γύρους από 0 έως $\mathrm{M}-1$. Για κάθε i μεταξύ 0 και $M-1$, συμπεριλαμβανομένων, ο Παντελής θα επιλέξει να αντιμεταθέσει τα στοιχεία $X[i]$ και $Y[i]$ στον i-οστό γύρο.

Η Αριάδνη θέλει να ταξινομήσει την ακολουθία S. Πριν από κάθε γύρο, αν αντιληφθεί ότι είναι ταξινομημένη σε αύξουσα σειρά, τότε θα τερματίσει άμεσα τη διαδικασία. Αν σας δοθεί η αρχική ακολουθία S και οι θέσεις των στοιχείων που θα αντιμεταθέσει ο Παντελής, το ζητούμενο είναι να βρείτε μια σειρά αντιμεταθέσεων που μπορεί να κάνει η Αριάδνη για να ταξινομήσει την ακολουθία S. Επιπρόσθετα, σε κάποια υποπροβλήματα (subtasks) πρέπει να βρείτε τη σειρά με τις ελάχιστες δυνατές αντιμεταθέσεις. Μπορείτε να υποθέσετε ότι η ακολουθία S μπορεί να ταξινομηθεί σε M ή λιγότερους γύρους.

Να σημειωθεί ότι αν η Αριάδνη αντιληφθεί ότι η ακολουθία έχει ταξινομηθεί μετά από μία αντιμετάθεση του Παντελή, τότε μπορεί να επιλέξει να αντιμεταθέσει την ίδια θέση με τον εαυτό της (π.χ., 0 και 0). Ως αποτέλεσμα, η ακολουθία θα συνεχίσει να είναι ταξινομημένη στο τέλος του γύρου (αφού πρώτος είναι πάντα ο Παντελής) και η Αριάδνη θα έχει πετύχει το στόχο της. Να σημειωθεί επίσης ότι αν η ακολουθία αρχικά είναι ήδη ταξινομημένη, ο ελάχιστος αριθμός γύρων που απαιτούνται για να ταξινομηθεί είναι 0.

Παράδειγμα 1

Ας υποθέσουμε ότι:

- Η αρχική ακολουθία είναι $S = 4, 3, 2, 1, 0$.
- Ο Παντελής πρόκειται να κάνει $M = 6$ αντιμεταθέσεις.
- Οι ακολουθίες X και Y που δείχνουν τις θέσεις των στοιχείων που θα επιλέξει ο Παντελής

είναι $X = 0, 1, 2, 3, 0, 1$ και $Y = 1, 2, 3, 4, 1, 2$. Με άλλα λόγια, τα ζεύγη θέσεων που θα επιλέξει να αντιμεταθέσει ο Παντελής είναι $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 4)$, $(0, 1)$, και $(1, 2)$.

Με αυτά τα δεδομένα, η Αριάδνη μπορεί να ταξινομήσει την ακολουθία S σε αύξουσα σειρά $0, 1, 2, 3, 4$ σε τρεις γύρους. Μπορεί να το πετύχει αντιμεταθέτοντας τα στοιχεία που βρίσκονται στις θέσεις $(0, 4)$, $(1, 3)$ και $(3, 4)$.

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει πώς επηρεάζουν την ακολουθία ο Παντελής και η Αριάδνη σε κάθε γύρο.

Γύρος	**Παίκτης**	**Ζεύγος θέσεων**	**Ακολουθία**
αρχικά			$4, 3, 2, 1, 0$
0	Παντελής	$(0, 1)$	$3, 4, 2, 1, 0$
0	Αριάδνη	$(0, 4)$	$0, 4, 2, 1, 3$
1	Παντελής	$(1, 2)$	$0, 2, 4, 1, 3$
1	Αριάδνη	$(1, 3)$	$0, 1, 4, 2, 3$
2	Παντελής	$(2, 3)$	$0, 1, 2, 4, 3$
2	Αριάδνη	$(3, 4)$	$0, 1, 2, 3, 4$

Παράδειγμα 2

Ας υποθέσουμε ότι:

- Η αρχική ακολουθία είναι $S = 3, 0, 4, 2, 1$.
- Ο Παντελής πρόκειται να κάνει $M = 5$ αντιμεταθέσεις.
- Τα ζεύγη των θέσεων που θα ανταλλάξει ο Παντελής είναι $(1, 1)$, $(4, 0)$, $(2, 3)$, $(1, 4)$ και $(0, 4)$.

Με αυτά τα δεδομένα η Αριάδνη μπορεί να ταξινομήσει τη ακολουθία S σε τρεις γύρους, αντιμεταθέτοντας, για παράδειγμα, τις θέσεις $(1, 4)$, $(4, 2)$ και $(2, 2)$. Ο πιο κάτω πίνακας δείχνει πώς επηρεάζουν την ακολουθία ο Παντελής και η Αριάδνη σε κάθε γύρο.

Γύρος	**Παίκτης**	**Ζεύγος θέσεων**	**Ακολουθία**
αρχικά			$3, 0, 4, 2, 1$
0	Παντελής	$(1, 1)$	$3, 0, 4, 2, 1$
0	Αριάδνη	$(1, 4)$	$3, 1, 4, 2, 0$
1	Παντελής	$(4, 0)$	$0, 1, 4, 2, 3$
1	Αριάδνη	$(4, 2)$	$0, 1, 3, 2, 4$
2	Παντελής	$(2, 3)$	$0, 1, 2, 3, 4$
2	Αριάδνη	$(2, 2)$	$0, 1, 2, 3, 4$

Πρόβλημα

Σας δίνονται η ακολουθία S, ο αριθμός M και οι ακολουθίες των θέσεων που θα αντιμεταθέσει ο Παντελής X και Y. Να βρείτε μια σειρά από αντιμεταθέσεις με τις οποίες η Αριάδνη μπορεί να ταξινομήσει σε αύξουσα σειρά την ακολουθία S. Στα υποπροβλήματα (subtasks) 5 και 6 η σειρά που θα βρείτε πρέπει να έχει το ελάχιστο δυνατό πλήθος αντιμεταθέσεων.

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση `findSwapPairs`:

- `findSwapPairs(N, S, M, X, Y, P, Q)` — Η συνάρτηση αυτή καλείται από το πρόγραμμα βαθμολόγησης (grader) μόνο μια φορά.
  - `N`: το μήκος της ακολουθίας S.
  - `S`: πίνακας ακεραίων που περιέχει την αρχική ακολουθία S.
  - `M`: ο αριθμός των αντιμεταθέσεων που πρόκειται να κάνει ο Παντελής.
  - `X, Y`: πίνακες ακεραίων μεγέθους M. Για $0 \leq i \leq M-1$, στον i-οστό γύρο ο Παντελής πρόκειται να ανταλλάξει τους αριθμούς στις θέσεις $X[i]$ and $Y[i]$.
  - `P, Q`: πίνακες ακεραίων. Χρησιμοποιήστε αυτούς τους δύο πίνακες για να αποθηκεύσετε μια δυνατή σειρά αντιμεταθέσεων που μπορεί να κάνει η Αριάδνη για να ταξινομήσει την ακολουθία S. Έστω R το πλήθος των αντιμεταθέσεων που βρήκε το πρόγραμμά σας. Για κάθε i μεταξύ 0 και $R-1$, συμπεριλαμβανομένων, οι θέσεις που η Αριάδνη πρέπει να αντιμεταθέσει στον i-οστό γύρο πρέπει να αποθηκεύονται στα $P[i]$ και $Q[i]$. Μπορείτε να υποθέσετε ότι για τους πίνακες `P` και `Q` έχει δεσμευτεί μνήμη που επαρκεί για M στοιχεία.
    - Η συνάρτηση αυτή πρέπει να επιστρέφει την τιμή του R (ορίζεται πιο πάνω).

Υποπροβλήματα (Subtasks)

υποπρόβλημα	**βαθμοί**	N	M	**επιπλέον περιορισμοί για X, Y**	**όρια για R**
1	8	$1 \leq N \leq 5$	$M = N^2$	$X[i] = Y[i] = 0$ για κάθε i	$R \leq M$
2	12	$1 \leq N \leq 100$	$M = 30N$	$X[i] = Y[i] = 0$ για κάθε i	$R \leq M$
3	16	$1 \leq N \leq 100$	$M = 30N$	$X[i] = 0, Y[i] = 1$ για κάθε i	$R \leq M$
4	18	$1 \leq N \leq 500$	$M = 30N$	κανείς	$R \leq M$
5	20	$6 \leq N \leq 2,000$	$M = 3N$	κανείς	ελάχιστο δυνατό
6	26	$6 \leq N \leq 200,000$	$M = 3N$	κανείς	ελάχιστο δυνατό

Μπορείτε να υποθέσετε ότι υπάρχει λύση που απαιτεί M ή λιγότερους γύρους.

Υπόδειγμα Βαθμολογητή (Sample grader)

Ο βαθμολογητής που σας δίνεται ως υπόδειγμα διαβάζει από το αρχείο `sorting.in` με την εξής μορφή:

- γραμμή 1: `N`
- γραμμή 2: `S[0]` … `S[N - 1]`

- γραμμή 3: `M`
- γραμμή 4, …, `M` + 3: `X[i] Y[i]`

Το υπόδειγμα βαθμολογητή τυπώνει τα εξής:

- γραμμή: η τιμή που επιστρέφει η συνάρτηση `findSwapPairs`
- γραμμές 2+i, για $0 \leq i < R$: `P[i] Q[i]`