



## International Olympiad in Informatics 2015

26th July - 2nd August 2015

Almaty, Kazakhstan

Day 2

**horses**

Language: en-HRV

# Konji

Mansur voli užgajati konje, baš kako su to radili njegovi pretci. On trenutno posjeduje najveće krdo u Kazahstanu. Ali nije uvijek bilo tako. Prije  $N$  godina, Mansur je bio obični dzhigit (Kazačka riječ za *mlad čovjek*) i imao je samo jednog konja. Sanjao je kako će se obogatiti i konačno postati bai (Kazačka riječ za *vrlo bogata osoba*).

Označimo godine brojevima od  $0$  do  $N - 1$  u kronološkom poretku (odnosno, godina  $N - 1$  je zadnja). Vremenski uvjeti utjecali su na rast krda svake godine. Za svaku godinu  $i$ , Mansur se sjeća koeficijenta rasta  $X[i]$  koji je prirodan broj. Ako godinu  $i$  počnemo s  $h$  konja, na kraju godine imat ćemo  $h \cdot X[i]$  konja u krdu.

Konji se mogu prodavati samo na kraju godine. Za svaku godinu  $i$ , Mansur se sjeća prirodnog broja  $Y[i]$ : cijene za koju je mogao prodati jednog konja na kraju godine  $i$ . Na kraju svake godine moguće je prodati proizvoljan broj konja, svakog po istoj cijeni  $Y[i]$ .

Mansur se pita koja je najveća svota novca koju bi sada imao da je kroz svih  $N$  godina birao najbolje trenutke za prodaju svojih konja. Imate čast biti gost na Mansurovutoi (Kazački za *blagdan*), i on vas je zamolio da mu odgovorite na pitanje.

Mansur se kroz večer prisjeća sve točnijih podataka, i tako radi niz od  $M$  ispravaka. Svaki ispravak mijenja jednu od vrijednosti  $X[i]$  ili jednu od vrijednosti  $Y[i]$ . Nakon svakog ispravka opet vas pita za najveću količinu novca koju bi zaradio prodajom konja. Mansurovi ispravci su kumulativni: svaki odgovor mora uzeti u obzir sve prethodne ispravke. Primijetite da isti  $X[i]$  ili  $Y[i]$  može biti ispravljen više puta.

Točni odgovori na Mansurova pitanja mogu biti velika. Kako bismo izbjegli rad s velikim brojevima, odgovore morate vratiti modulo  $10^9 + 7$ .

## Primjer

Pretpostavite da je  $N = 3$ , sa sljedećim informacijama:

	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
X	2	1	3
Y	3	4	1

Za ove početne vrijednosti, Mansur može zaraditi najviše ako proda oba konja na kraju prve godine. Cijeli proces izgleda ovako:

- U početku Mansur ima jednog konja.
- Nakon godine 0 imat će  $1 \cdot X[0] = 2$  konja.

- Nakon godine 2 imat će  $2 \cdot X[1] = 2$  konja.
- Tada može prodati ta dva konja za konačni profit od  $2 \cdot Y[1] = 8$ .

Nadalje, pretpostavimo da postoji  $M = 1$  ispravak: promjena  $Y[1]$  na  $2$ .

Nakon ispravka imamo:

	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
X	2	1	3
Y	3	2	1

U ovom slučaju, jedno od optimalnih rješenja je prodati jednog konja nakon godine 0, i zatim tri konja nakon godine 2.

Cijeli proces izgleda ovako:

- U početku Mansur ima jednog konja.
- Nakon godine 0 imat će  $1 \cdot X[0] = 2$  konja.
- Sada može prodati jednog od tih konja za  $Y[0] = 3$ , nakon čega mu ostaje samo jedan.
- Nakon godine 1 imat će  $1 \cdot X[1] = 1$  konja.
- Nakon godine 2 imat će  $1 \cdot X[2] = 3$  konja.
- Sada može prodati ta tri konja za  $3 \cdot Y[2] = 3$ . Ukupna količina novca je  $3 + 3 = 6$ .

## Zadatak

Zadani su  $N$ ,  $X$ ,  $Y$ , i lista ispravaka. Prije prvog ispravka i nakon svakog ispravka, izračunajte maksimalnu količinu novca koju Mansur može dobiti za svoje konje modulo  $10^9 + 7$ .

Morate implementirati funkcije `init`, `updateX` and `updateY`.

- `init(N, X, Y)` — Grader će pozvati ovu funkciju točno jednom.
  - N: broj godina.
  - X: niz duljine  $N$ . Za  $0 \leq i \leq N - 1$ ,  $X[i]$  daje koeficijent rasta za svaku godinu.
  - Y: niz duljine  $N$ . Za  $0 \leq i \leq N - 1$ ,  $Y[i]$  daje cijenu konja nakon svake godine.
  - Primjetite da X i Y odgovaraju početnim vrijednostima koje vam Mansur daje (prije bilokakvih ispravaka).
  - Funkcija mora vratiti maksimalnu količinu novca koju Mansur može dobiti za početne vrijednosti  $X$  i  $Y$ , modulo  $10^9 + 7$ .
- `updateX(pos, val)`
  - pos: cijeli broj iz  $0, \dots, N - 1$ .
  - val: nova vrijednost za  $X[pos]$ .
  - Funkcija mora vratiti maksimalnu količinu novca koju Mansur može dobiti nakon ispravka,

modulo  $10^9 + 7$ .

- `updateY(pos, val)`
  - `pos`: cijeli broj iz  $0, \dots, N - 1$ .
  - `val`: nova vrijednost za  $Y[pos]$ .
  - Funkcija mora vratiti maksimalnu kolicinu novca koju Mansur može dobiti nakon ispravka, modulo  $10^9 + 7$ .

Možete prepostaviti da početne, kao i ispravljene vrijednosti  $X[i]$  i  $Y[i]$  leže u intervalu 1 do  $10^9$  uključivo.

Nakon poziva funkcije `init`, grader će pozivati `updateX` i `updateY` više puta.

Ukupni broj poziva `updateX` i `updateY` će biti  $M$ .

## Podzadaci

podzadatak	bodovi	$N$	$M$	dodatna ograničenja
1	17	$1 \leq N \leq 10$	$M = 0$	$X[i], Y[i] \leq 10$ , $X[0] \cdot X[1] \cdot \dots \cdot X[N - 1] \leq 1,000$
2	17	$1 \leq N \leq 1,000$	$0 \leq M \leq 1,000$	nema
3	20	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	$X[i] \geq 2$ i $val \geq 2$ za <code>init</code> i <code>updateX</code> redom
4	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 10,000$	nema
5	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	nema

## Lokalni grader

Lokalni grader čita ulaz iz datoteke `horses.in` u sljedećem formatu:

- redak 1:  $N$
- redak 2:  $X[0] \dots X[N - 1]$
- redak 3:  $Y[0] \dots Y[N - 1]$
- redak 4:  $M$
- retci 5, ...,  $M + 4$ : tri broja `type` `pos` `val` (`type=1` za `updateX` i `type=2` za `updateY`).

Lokalni grader ispisuje povratnu vrijednost poziva funkcije `init`, zatim povratne vrijednosti poziva funkcija `updateX` i `updateY`.